PROPRIETES ELASTIQUES DU PLI UNIDIRECTIONNEL
APPROCHE MICROMECANIQUE

A. Chateauminois

RESUME : Cette fiche présente des approches simplifiées permettant d'évaluer le module longitudinal et transversal d'un pli unidirectionnel à partir des propriétés élastiques des constituants (fibre, matrice) et de leurs proportions relatives. Dans le calcul, la réponse du composite est assimilée à celle d'un système associant la fibre et la matrice soit en série, soit en parallèle.

Connaissances requises **:** notions élémentaires de mécanique des matériaux

SOMMAIRE

1. Notion de volume élémentaire représentatif

A l'échelle des éléments de renfort, les composites sont bien entendu des matériaux hétérogènes. Lors de la détermination des propriétés du composite, la prise en compte de l'ensemble de ces hétérogénéités constitue toutefois une tâche insurmontable. Il s'avère donc indispensable d'idéaliser le matériau en le considérant comme *continu* et donc en *moyennant* ses propriétés à une certaine échelle fonction de la microstructure. On parle alors *d'homogénéisation* du composite et le volume sur lequel les propriétés sont moyennées est appelé *volume élémentaire représentatif* (V.E.R.). Ce dernier doit satisfaire aux critères suivants:

- il doit être suffisamment petit pour prendre en compte la structure microscopique du matériau et suffisamment grand pour pouvoir décrire le comportement global du matériau,

- ses propriétés doivent être indépendantes de l'endroit du matériau où il a été 'prélevé'.

Des conditions de contraintes et de déformation étant imposées à la frontière du VER, la démarche générale d'un calcul d'homogénéisation consiste à déterminer les champs de contrainte et de déformation au sein du VER. A partir de cette information, il est possible de calculer la contrainte moyenne dans la direction i au sein de l'élément de volume:

$$\overline{\sigma_i} = \frac{1}{V}\int_V \sigma_i dV \qquad (1)$$

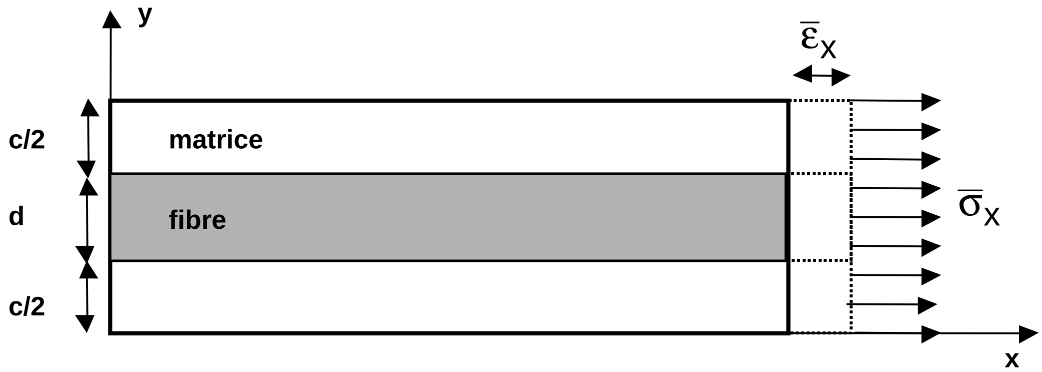
avec i=1....6. De la même façon, la déformation moyenne est donnée par :

$$\overline{\varepsilon_i} = \frac{1}{V}\int_V \varepsilon_i dV \qquad (2)$$

A partir de la moyennation des contraintes et des déformations sur l'ensemble du VER, il est donc théoriquement possible de déterminer les propriétés élastiques du matériau homogénéisé. Les solutions exactes donnant les champs de contrainte et de déformation en chaque point du V.E.R. ne peuvent toutefois être obtenues que dans le cas de modèle géométriques simples et idéalisés. Dans la pratique, on peut toutefois obtenir des estimations du module du matériau par des approches basées sur des hypothèses simplificatrices du comportement mécanique du VER. Les plus simples d'entre elles sont décrites ci-dessous dans le cas d'un matériau unidirectionnel.

2. Module d'Young longitudinal

Le module d'Young longitudinal est déterminé par un essai de traction dans la direction des fibres (x). On considérera le VER suivant:



$$v_f = \frac{d}{c+d}$$

Schéma simplifié d'une traction longitudinale

A partir des expressions (1) et (2), on peut écrire:

$$\overline{\sigma_x} = \frac{1}{V_f}\int_{V_f} \sigma_x dV + \frac{1}{V_m}\int_{V_m} \sigma_x dV \qquad (3)$$

où $\overline{\sigma}_x$ est la contrainte moyenne de traction dans le VER

En posant

$$\overline{\sigma_{fx}} = \frac{1}{V_f}\int_{V_f} \sigma_x dV \quad \text{et} \quad \overline{\sigma_{mx}} = \frac{1}{V_m}\int_{V_m} \sigma_x dV \qquad (4)$$

où $\overline{\sigma}_{fx}$ et $\overline{\sigma}_{mx}$ sont respectivement les contraintes moyennes sur la fibre et la matrice, il vient donc:

$$\overline{\sigma_x} = v_f \overline{\sigma_{fx}} + v_m \overline{\sigma_{mx}} \qquad (5)$$

L'hypothèse simplificatrice consiste à considérer que la déformation est uniforme et identique dans la fibre et la matrice, soit $\overline{\varepsilon_x} = \overline{\varepsilon_m} = \overline{\varepsilon_f}$. En faisant l'hypothèse d'un comportement élastique linéaire (loi de Hooke) pour la fibre et la matrice, on obtient ainsi :

$$\overline{\sigma_x} = (v_f E_f + v_m E_m)\overline{\varepsilon_x} \qquad (6)$$

L'expression du module d'Young longitudinal du composite est donc donnée par:

$$\boxed{E_x = v_f E_f + v_m E_m}$$

2. Module transversal

On sollicite le VER défini ci-dessus dans la direction transversale y. la déformation moyenne $\bar{\varepsilon}_y$ est donnée par:

$$\overline{\varepsilon_y} = v_f \overline{\varepsilon_{fy}} + v_m \overline{\varepsilon_{my}} \tag{8}$$

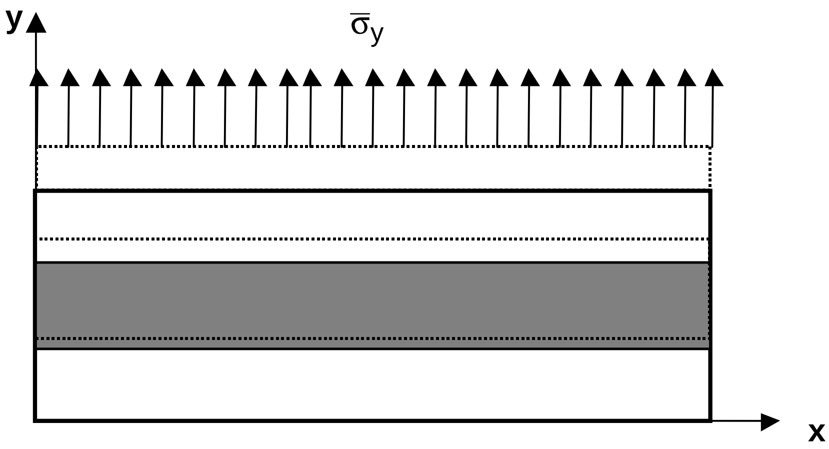


Schéma simplifié d'une traction transverse

La charge appliquée transversalement étant transmise intégralement dans la fibre et la matrice, la contrainte transverse est donc uniforme et identique dans la fibre et la matrice, ce qui permet d'écrire:

$$\overline{\sigma_y} = E_m \overline{\varepsilon_{my}} = E_f \overline{\varepsilon_{fy}} \tag{9}$$

(8) donne alors:

$$\overline{\varepsilon_x} = \left(\frac{v_f}{E_f} + \frac{v_m}{E_m}\right)\overline{\sigma_y} \tag{10}$$

Le module transverse E_y est donc définit comme suit:

$$\boxed{\frac{1}{E_y} = \frac{v_f}{E_f} + \frac{v_m}{E_m}}$$

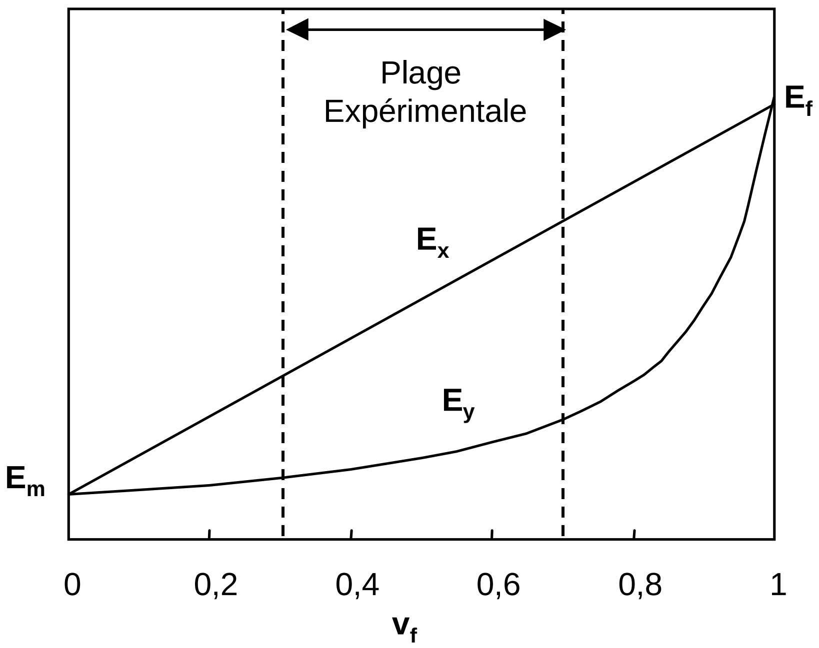
3. Module de cisaillement longitudinal

En considérant le même VER, on écrit que les contraintes moyennes de cisaillement dans la matrice et la fibre sont identiques et égales à $\bar{\tau}$:

$$\overline{\gamma_f} = \frac{\bar{\tau}}{G_f} \qquad \text{et} \qquad \overline{\gamma_m} = \frac{\bar{\tau}}{G_m} \tag{11}$$

avec G_f et G_m les modules de cisaillement de la fibre et de la matrice. De façon analogue à (10), on obtient:

$$\boxed{\frac{1}{G_{xy}} = \frac{v_f}{G_f} + \frac{v_m}{G_m}}$$



Valeurs de Ex et Ey en fonction du taux de renforcement

Si l'approximation en modèle parallèle donne des résultats corrects pour E_x, le modèle série donne généralement des valeurs sous-évaluées de E_y. Ceci traduit le fait que le composite unidirectionnel sollicité transversalement n'est pas purement un modèle série.

Plus généralement, on peut considérer que, pour une valeur de v_f donnée, les valeurs de E_x et E_y définies ci-dessus donnent un encadrement des valeurs possibles du module du composite lorsque l'on change la forme (fibres, particules...) ou la disposition (tissus, mat...) du renfort.

Propriétés mécaniques des principales fibres de renfort et matrice organiques.

Propriétés mécaniques des principaux types de renfort utilisés dans les composites à matrice organique

	Masse Spécifique (kg/dm^3)	Diamètre du Monofilament (µm)	Module d'élasticité (GPa)	Résistance en Traction (MPa)	Allongement à la rupture (%)
Verre E	2,48-2,54	10-25	73	3200-3900	3-4,5
Verre R			86	3700-3500	5,4
Carbone HR	1,74-1,78	7	230-250	2700-3500	1,5-1,8
Carbone HM	1,81-1,96	6,5	300-500	2300-2700	0,6-1,3
Aramide	1,45	12	130	2700-2900	2,1-2,6

Propriétés mécaniques des principaux types de matrices organiques pour composites.

	Masse Spécifique (kg/dm3)	Module d'élasticité (GPa)	Résistance en traction (MPa)	Allongement à rupture (%)	Tenue à la temperature en continu (°C)
Polyester	1,2	2,9-3,1	50-60	2-3	120
Vinylester	1,1	3,4-3,5	70-85	2-5	100-140
Epoxyde	1,1-1,4	3	50-120	3-8	150-200
Polyimide	1,4-1,5	4-20	30-40	<1	250-300
Phénolique	1,3	3,8-7	50	1-1,5	120-150

Pour en savoir plus :

Matériaux Composites - Comportement mécanique et analyse des structures
J.M. Berthelot, Editions Tec&Doc, Paris, 1999

Matériaux Composites à matrice organique: polymères et renforts type, caractéristiques, techniques de mise en oeuvre, applications
G. Chrétien, Lavoisier, Paris, 1986

Theory of composite design - Sd Edition
S.W. Tsai
(**Telechargeable au format PDF**)

Antoine Chateauminois - Mai 2000
Merci de me faire part de vos commentaires à l'adresse suivante : **antoine.chateauminois@espci.fr**